# 1 Unidad. Introducción a la Física

1. En cierta ocasión Enrico Fermi señaló que un periodo estándar de lectura ($50\ min$) se aproxima a 1 microsiglo. ¿Cuántos minutos tiene un microsiglo y cuál es la diferencia porcentual con la aproximación de Fermi?

2. Entre Nueva York y Los Ángeles hay una distancia aproximada de $3000\ mi$; la diferencia temporal entre las dos ciudades es de $3\ h$. Calcule la circunferencia de la Tierra.

3. a) En ocasiones una unidad de tiempo que se emplea en microfísica es el *shake*. Un shake equivale a $10^{-8}$ *seg* ¿Tiene más shakes un segundo que segundos un año? b) El hombre lleva viviendo cerca de $10^6$ años, en tanto que el universo tiene una edad aproximada de $10^{10}$. Si suponemos que la edad del universo es 1 día, ¿cuántos segundos hace que existe el hombre?

4. a) En las competencias de pista se usan las 100 *yardas* y los 100 *metros* en las carreras de velocidad. ¿Cuál de las dos es más larga? ¿Por cuántos metros? ¿Por cuántos pies? b) Se llevan registros de las carreras de pista y de campo en la milla y en la milla métrica ($1500\ m$). Compare esas distancias.

5. La Antártida tiene una forma casi semicircular, con un radio de $2000\ km$. El espesor medio de la capa de hielo es de $3000\ m$. ¿Cuántos centímetros cúbicos de hielo contiene la Antártida? (No tenga en cuenta la curvatura de la Tierra.)

6. Una unidad de superficie, utilizada con frecuencia cuando se expresan áreas de tierra, es la hectárea, definida como $10^4\ m^2$. Cada año una mina de carbón a cielo abierto consume 77 *hectareas* de tierra, hasta una profundidad de $26\ m$. ¿Qué volumen de tierra, en kilómetros cúbicos, se extrae en ese lapso?

7. La Tierra es aproximadamente una esfera de radio $6.37 \times 10^6\ m$ a) ¿Cuál es su circunferencia en kilómetros? b) ¿Cuál es su área superficial en kilómetros cuadrados? c) ¿Cuál es su volumen en kilómetros cúbicos?

8. Transcribimos en seguida la velocidad máxima de varios animales, pero en distintas unidades. Convierta estos datos en $m/s$ y luego clasifique los animales por orden de rapidez máxima creciente: ardilla, $19 km/h$; conejo, 30 *nudos*; caracol, $0.030\ mi/h$; araña, $1.8\ ft/s$; leopardo, $1.9\ km/min$; ser humano, $1,000\ cm/s$; zorro, $1100\ m/min$; león, $1900\ km/día$.

9. Cierta nave espacial tiene una velocidad de $19200\ mi/h$. ¿Cuál es su velocidad en años luz sobre siglo?

10. Usando las conversiones y los datos presentados en el capítulo, calcule el número de átomos de hidrógeno necesarios para obtener $1\ kg$ de hidrógeno.

11. Una molécula de agua ($H_20$) contiene dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno. El átomo de hidrógeno tiene una masa de 1.0 $u$, y un átomo de oxígeno una masa de 16 $u$. a) ¿Cuál es la masa de una molécula de agua en kilogramos? b) ¿Cuántas moléculas de agua hay en los mares del mundo? Los mares tienen una masa total de $1.4 \times 10^{21}$ $kg$

12. Un cuarto tiene las dimensiones de $21ft \times 13ft \times 12ft$. ¿Cuánta masa de aire contiene? La densidad del aire a temperatura ambiente y a una presión atmosférica normal es de 1.21 $kg/m^3$.

13. Un cubo común de azúcar tiene una longitud de borde de 1 $cm$. Si tuviera una caja cúbica con 1 $mol$ de cubos, ¿cuál sería su longitud de borde?

14. Una persona a dieta pierde 0.23 $kg$ (equivalentes aproximadamente a 0.5 $lb$) por semana. Exprese la tasa de pérdida de masa en miligramos por segundo.

15. Durante la noche, una inhalación contiene cerca de 0.3 $lts$ de oxígeno (la densidad del oxígeno a presión y temperatura ambiente es de 1.43 $gr/lts$). Cada exhalación contiene 0.3 $lts$ de dióxido de carbono (cuya densidad a presión y temperatura ambiente es de 1.96 $gr/lts$). ¿Cuánto peso en libras se pierde con la respiración en 1 hora de sueño?

# 2 Unidad. Vectores

## 2.1 Cantidades escalares y vectoriales

**Cantidad escalar.** Cantidad física que se determina por magnitud (número real+unidad)

Ejemplos

- 1 $m$ (distancia)
- 2.3 $seg$ (tiempo)
- 4.6 $kg$ (masa)
- $-38°$ $C$ (temperatura)
- 4.5 $A$ (corriente eléctrica)

**Cantidad vectorial.** Cantidad física determinada por magnitud y dirección (vector)

Ejemplos

- 2 $km$ hacia el norte (desplazamiento)

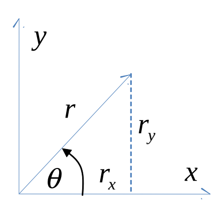
$$\begin{aligned}\mathbf{x} &= [2km, 90°]\\ \mathbf{x} &= (0\widehat{\mathbf{i}} + 2\widehat{\mathbf{j}} + 0\widehat{\mathbf{k}})km\end{aligned}$$

- 9.81 $m/s^2$ en dirección $y$ negativo (aceleración)

$$\begin{aligned}\mathbf{a} &= [9.81\ m/s^2, 270°]\\ \mathbf{a} &= -9.81\ m/s^2\ \widehat{\mathbf{j}}\end{aligned}$$

- $\mathbf{F} = (3.4\widehat{\mathbf{i}} - 4\widehat{\mathbf{j}} + 3.5\widehat{\mathbf{k}})\ N$ (fuerza)
- $\mathbf{p} = (4.1\widehat{\mathbf{i}} + 2\widehat{\mathbf{j}} - 6.7\widehat{\mathbf{k}})\ kg\ m/s$ (momento o ímpetu)

## 2.2 Componentes de un vector



$$
\begin{aligned}
r_x &= r\cos\theta \\
r_y &= r\sin\theta
\end{aligned}
$$

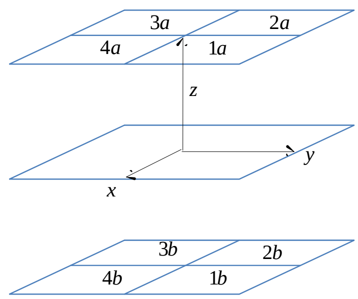
$r$ magnitud, $\theta$ ángulo respecto al eje $x$ positivo.

Ejemplo. Exprese en terminos de componentes cartesianas los siguientes vectores

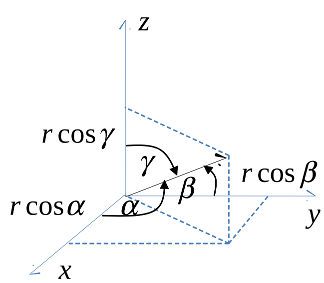
$\mathbf{x} = (360\ m, 35°)$
$\mathbf{v} = (240 km/h, 320°)$
$\mathbf{F} = (80N, 225°)$

## 2.3 Octantes

Cada una de las 8 regiones delimitadas por los planos cartesianos se denominan octantes.




## 2.4 Cosenos directores




por el teorema de Pitágoras

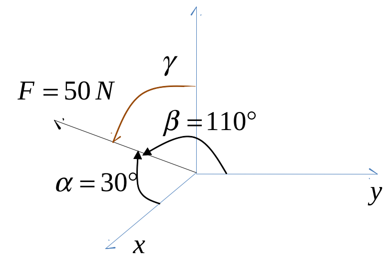
$$[(r\cos\alpha)^2 + (r\cos\beta)^2] + (r\cos\gamma)^2 = r^2$$

es decir, los cosenos directores cumplen

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

donde $0 \leqslant \alpha, \beta, \gamma \leqslant 180°$ se denominan ángulos coordenados.

Ejemplo. Expresar en forma cartesiana el siguiente vector




de la relación de los cosenos directores

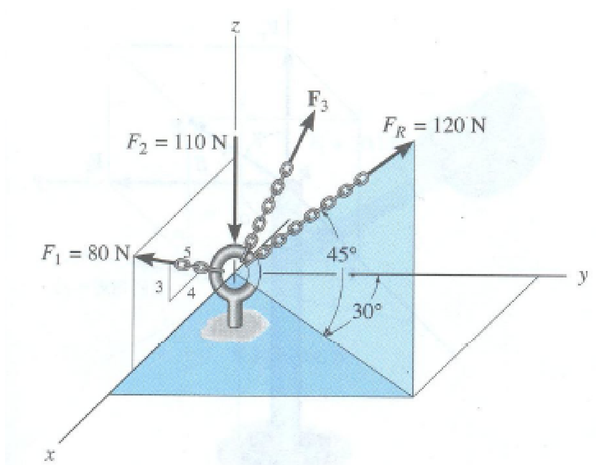
$$\begin{aligned}\gamma &= \cos^{-1}(\sqrt{1-\cos^2 30\,^\circ - \cos^2 110\,^\circ}) \\ &= 68.\,612\,^\circ\end{aligned}$$

por lo tanto

$$\begin{aligned}\mathbf{F} &= (50\ N)\cos 30\,^\circ\widehat{\mathbf{i}} + (50\ N)\cos 110\,^\circ\widehat{\mathbf{j}} + (50\ N)\cos 68.612\,^\circ\widehat{\mathbf{k}} \\ &= (43.\,301\widehat{\mathbf{i}} - 17.\,101\widehat{\mathbf{j}} + 18.\,234\widehat{\mathbf{k}})\ N\end{aligned}$$

se encuentra en el octante $4a$.

Ejemplo. Tres fuerzas actúan sobre el gancho. Si la fuerza resultante $\mathbf{F}_R$ tiene la magnitud y dirección mostradas, determine la magnitud y los ángulos coordenados de $\mathbf{F}_3$.




Descomposición cartesiana

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_1 &= (80\ N)\cos\alpha_1\widehat{\mathbf{i}} + (80\ N)\cos\beta_1\widehat{\mathbf{j}} + (80\ N)\cos\gamma_1\widehat{\mathbf{k}} \\ \mathbf{F}_2 &= (110\ N)\cos\alpha_2\widehat{\mathbf{i}} + (110\ N)\cos\beta_2\widehat{\mathbf{j}} + (110\ N)\cos\gamma_2\widehat{\mathbf{k}} \\ \mathbf{F}_3 &= F_{3x}\widehat{\mathbf{i}} + F_{3y}\widehat{\mathbf{j}} + F_{3z}\widehat{\mathbf{k}}\end{aligned}$$

donde

$$
\begin{array}{rclcc}
\cos\alpha_1 & = & \dfrac{4}{5} & \cos\beta_1 = 0 & \cos\gamma_1 = \dfrac{3}{5} \\
\cos\alpha_2 & = & 0 & \cos\beta_2 = 0 & \cos\gamma_2 = -1
\end{array}
$$

fuerza resultante

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3$$

donde

$$
\begin{aligned}
\mathbf{F}_R &= (120\ N)(\cos 45\,^{\circ})(\sin 30\,^{\circ})\widehat{\mathbf{i}} \\
&\quad +(120\ N)(\cos 45\,^{\circ})(\cos 30\,^{\circ})\widehat{\mathbf{j}} \\
&\quad +(120\ N)(\sin 45\,^{\circ})\widehat{\mathbf{k}}
\end{aligned}
$$

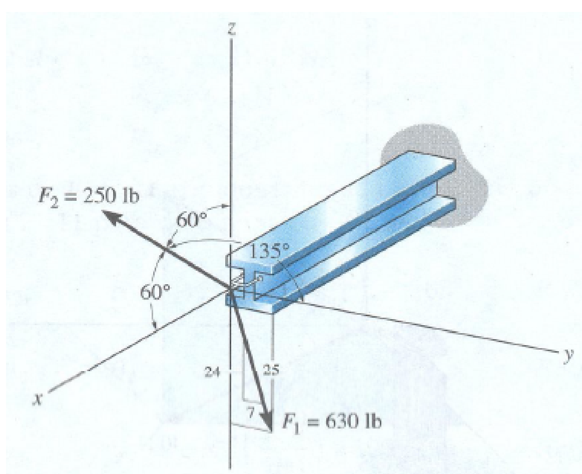
igualando componentes

$$
\begin{aligned}
(80\ N)(\frac{4}{5}) + (110\ N)(0) + F_{3x} &= (120\ N)(\cos 45\,^{\circ})(\sin 30\,^{\circ}) \\
(80\ N)(0) + (110\ N)(0) + F_{3y} &= (120\ N)(\cos 45\,^{\circ})(\cos 30\,^{\circ}) \\
(80\ N)(\frac{3}{5}) + (110\ N)(-1) + F_{3z} &= (120\ N)(\sin 45\,^{\circ})
\end{aligned}
$$

obtenemos

$$
\begin{aligned}
\mathbf{F}_3 &= (-21.\,574\widehat{\mathbf{i}} + 73.\,485\widehat{\mathbf{j}} + 146.\,85\widehat{\mathbf{k}})\ N \\
&= [165.\,62\ N;\ 97.\,48\,^{\circ}, 63.\,66\,^{\circ}, 27.\,54\,^{\circ}]
\end{aligned}
$$

Ejemplo. La viga está sometida a las dos fuerzas mostradas. Exprese cada fuerza en forma vectorial cartesiana y determine la magnitud y los ángulos coordenados de la fuerza resultante.



Descomposición cartesiana

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_1 &= (630\ lb)\cos\alpha_1\widehat{\mathbf{i}} + (630\ lb)\cos\beta_1\widehat{\mathbf{j}} + (630\ lb)\cos\gamma_1\widehat{\mathbf{k}} \\ &= (630\ lb)(0)\widehat{\mathbf{i}} + (630\ lb)(\frac{7}{25})\widehat{\mathbf{j}} + (630\ lb)(-\frac{24}{25})\widehat{\mathbf{k}}\end{aligned}$$

también

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_2 &= (250\ lb)\cos\alpha_2\widehat{\mathbf{i}} + (250\ lb)\cos\beta_2\widehat{\mathbf{j}} + (250\ lb)\cos\gamma_2\widehat{\mathbf{k}} \\ &= (250\ lb)\cos 60\,^\circ\widehat{\mathbf{i}} + (250\ lb)\cos 135\,^\circ\widehat{\mathbf{j}} + (250\ lb)\cos 60\,^\circ\widehat{\mathbf{k}}\end{aligned}$$

por lo tanto

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_R &= \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \\ &= (125\widehat{\mathbf{i}} - 0.376\,69\widehat{\mathbf{j}} - 479.\,80\widehat{\mathbf{k}})\ lb \\ &= [495.\,82\ lb;\ 75.\,39\,^\circ, 90.\,04\,^\circ, 165.\,40\,^\circ]\end{aligned}$$

# 3 Unidad. Fundamentos de estática, cinemática y dinámica

## 3.1 Cinemática

Para una masa puntual con aceleración constante la segunda ley de Newton establece

$$m\frac{dv}{dt} = ma$$

resolviendo para la velocidad

$$\int_{v_0}^{v} dv = a\int_0^t dt$$

para la posición

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t (v_0 + at)$$

Las ecuaciones siguientes describen el movimiento unidimensional de la partícula

$$\begin{aligned} v - v_0 &= at \\ x - x_0 &= v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ x - x_0 &= \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \end{aligned}$$

**Example 1** *Un automovil que viaja a una velocidad constante de 50 $km/h$ acelera a razón de 4 $m/s^2$ durante 3 $s$. ¿Cuál es la velocidad al final de los 3 $s$?*

$v_0 = 50\ km/h = 13.889\ m/s$

$$\begin{aligned} v &= at + v_0 \\ &= (4\ m/s^2)(3s) + 13.889\ m/s = 25.88\ m/s \end{aligned}$$

**Example 2** *Un dispositivo de frenado se utiliza al aterrizar aeroplanos en la pista de un portaaviones. La aceleración producida es de $-150\ ft/s^2$ y los aeroplanos son detenidos en 3 $s$. ¿Cuál es la velocidad inicial máxima de aterrizaje y la distancia de frenado?*

$$\begin{aligned} v_0 &= v - at \\ &= 0 - (-150\ ft/s^2)(3\ s) \\ &= 450\ ft/s \end{aligned}$$

*para* $x_0 = 0$

$$\begin{aligned} x &= v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ &= (450\ ft/s)(3\ s) + \frac{1}{2}(-150\ ft/s^2)(3\ s) = 675\ ft \end{aligned}$$

**Example 3** *Un furgón de ferrocarril cargado viaja a* 80 $km/h$ *y se detiene a una distancia de* 40 $m$*. ¿Cuál es la aceleración y el tiempo de frenado?*

$v_0 = 80\ km/h = 22.22\ m/s$. *Para* $x_0 = 0,\ v = 0$

$$\begin{aligned} a &= -\frac{v_0^2}{2x} \\ &= -\frac{(22.22\ m/s)^2}{2(40\ m)} = -6.17\ m/s^2 \end{aligned}$$

*tiempo*

$$\begin{aligned} t &= \frac{v - v_0}{a} \\ &= \frac{0 - 22.22\ m/s}{-6.17\ m/s^2} = 3.6013s \end{aligned}$$

## 3.2 Caída libre

Haciendo $a = -g$ para el movimiento vertical

$$\begin{aligned} v - v_0 &= -gt \\ y - y_0 &= v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \\ y - y_0 &= \frac{v^2 - v_0^2}{-2g} \end{aligned}$$

**Example 4** *Se deja caer una piedra desde un puente a* 80 $m$ *sobre el nivel del agua. ¿Cuánto tiempo tarda en caer la piedra? ¿Con qué velocidad golpea el agua?*

$y_0 = 80\ m,\ y = 0,\ v_0 = 0$

$$-y_0 = -\frac{1}{2} g t^2$$

*o bien*

$$\begin{aligned} t &= \sqrt{\frac{2y_0}{g}} \\ &= \sqrt{\frac{2(80\ m)}{9.81\ m/s^2}} = 4.03\ seg \end{aligned}$$

*velocidad de impacto*

$$\begin{aligned} v &= v_0 - gt \\ &= -(9.81\ m/s^2)(4.03\ seg) = -39.534\ m/s \end{aligned}$$

**Example 5** *Una flecha se dispara verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 80 $ft/s$. ¿A qué altura máxima ascenderá? ¿Cuánto es el tiempo de ascenso? ¿Cuánto el de descenso? ¿a qué altura se encuentra a los 6 seg?*

*Ascenso*

$v_0 = 80\ ft/s$

$v = 0$

$$\begin{aligned} v - v_0 &= -gt \\ t &= \frac{v - v_0}{-g} \\ &= \frac{0 - 80\ ft/s}{-32.2\ ft/s^2} = 2.48\ seg \end{aligned}$$

*altura*

$$\begin{aligned} y &= v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \\ &= (80\ ft/s)(2.48\ seg) - \frac{1}{2}(32.2\ ft/s^2)(2.48\ s)^2 = 99.37\ ft \end{aligned}$$

*altura a los 6 seg*

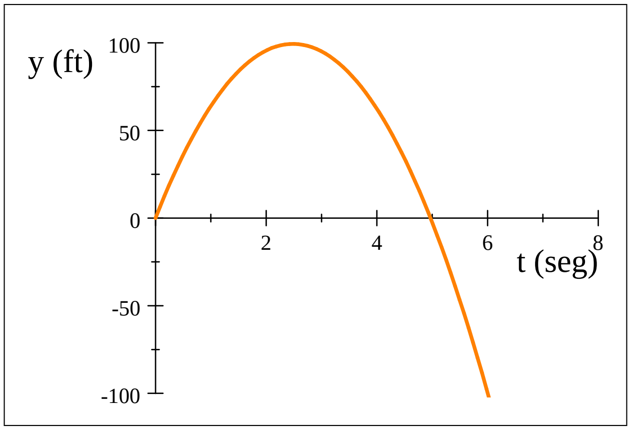
$$\begin{aligned} y &= v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \\ &= (80\ ft/s)(6\ seg) - \frac{1}{2}(32.2\ ft/s^2)(6\ s)^2 \\ &= -99.6\ ft \end{aligned}$$

*Descenso*

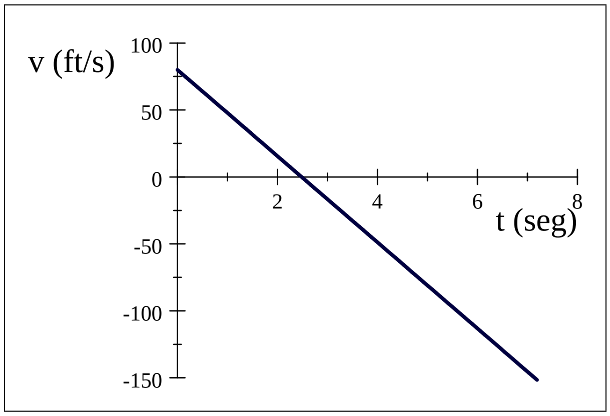
$y_0 = 99.37\ ft$

$$\begin{aligned} y - y_0 &= v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \\ t &= \sqrt{\frac{2y_0}{g}} = \sqrt{\frac{2(99.37\ ft)}{32.2\ ft/s^2}} = 2.48\ seg \end{aligned}$$

*altura vs tiempo*



*velocidad vs tiempo*




## 3.3 Tiro parabólico

Dos componentes en la velocidad: i) horizontal (velocidad constante)

$$x = ut$$

y ii) vertical (caída libre).

**Example 6** *Un atleta lanza una jabalina con velocidad inicial de* $112\ km/h$ ($= 31.111\ m/s$) *con un ángulo de* $37°$ *con respecto a la horizontal. ¿Cuál es el alcance horizontal de la jabalina? ¿A qué ángulo el alcance será máximo?*

*Componentes de la velocidad*

$$\begin{aligned} u &= (31.111\ m/s)(\cos 37°) = 24.846\ m/s && \textit{(horizontal)} \\ v_0 &= (31.111\ m/s)(\sin 37°) = 18.723\ m/s && \textit{(vertical)} \end{aligned}$$

*tiempo de vuelo*

$$\begin{aligned} t &= \frac{2(v - v_0)}{-g} \\ &= \frac{2(18.723\ m/s)}{9.81\ m/s^2} = 3.817\ seg \end{aligned}$$

*alcance horizontal*

$$\begin{aligned} x &= ut \\ &= (24.846\ m/s)(3.817\ seg) = 94.8371\ m \end{aligned}$$

*Por otra parte*

$$\begin{aligned} x &= ut \\ &= v\cos\theta\left(\frac{2v\sin\theta}{g}\right) = \frac{v^2}{g}\sin 2\theta \end{aligned}$$

*derivando*

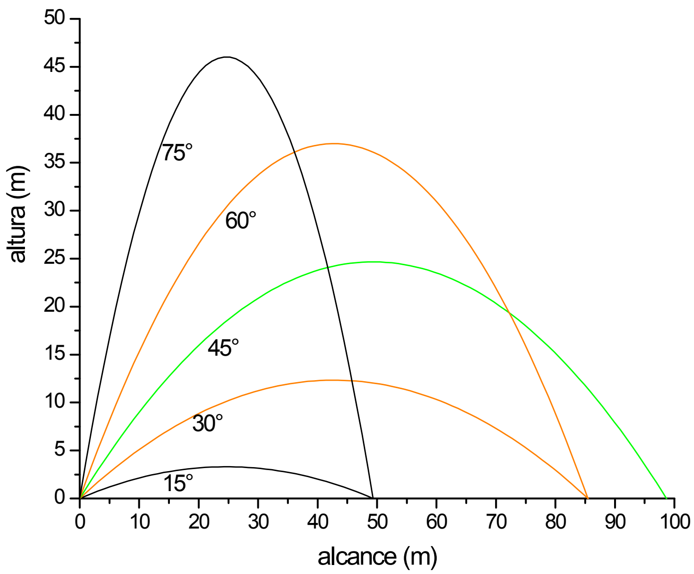
$$x'(\theta) = \frac{2v^2}{g}\cos 2\theta = 0$$

*valor extremo*

$$\theta = 45^\circ$$

*alcance máximo*

$$x = \frac{(31.111\ m/s)^2}{9.81\ m/s^2}\sin(2)(45^\circ) = 98.664\ m$$




**Example 7** *Una bala de cañon es disparada a* $400\ km/h$ *horizontalmente desde un acantilado a* $50\ m$ *sobre el nivel del mar. ¿En qué tiempo llega la bala al agua? ¿Cuál es el alcance máximo respecto a la base del alcantilado? Calcule la velocidad y el ángulo de impacto respecto a la horizontal.*

*Componentes de la velocidad*

$$\begin{aligned} u &= 111.11\ m/s \\ v_0 &= 0 \end{aligned}$$

*Caída libre*

$$\begin{aligned} y - y_0 &= v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \\ t &= \sqrt{-\frac{2y}{g}} = \sqrt{-\frac{(2)(-50\ m)}{9.81\ m/s^2}} = 3.1928\ seg \end{aligned}$$

*alcance*

$$\begin{aligned} x &= ut \\ &= (111.11\ m/s)(3.1928\ seg) = 354.75\ m \end{aligned}$$

*componentes de la velocidad final*

$$\begin{aligned} u &= 111.11\ m/s \\ v &= v_0 - gt = 0 - (9.81\ m/s)(3.1928\ seg) \\ &= -31.321\ m/s \end{aligned}$$

*magnitud*

$$\sqrt{u^2 + v^2} = 115.44\ m/s$$

*ángulo*

$$\begin{aligned} \alpha &= \tan^{-1} \left| \frac{v}{u} \right| \\ &= \tan^{-1} \frac{31.321}{111.11} = 15.74^\circ \end{aligned}$$

*¿A qué ángulo de disparo el alcance es máximo?*

$$y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

*resolviendo la cuadrática obtenemos el tiempo de vuelo*

$$t = \frac{v \sin\theta}{g} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{2gy}{v^2 \sin^2\theta}} \right)$$

*donde* $v = 111.11\ m/s$*. El alcance resulta*

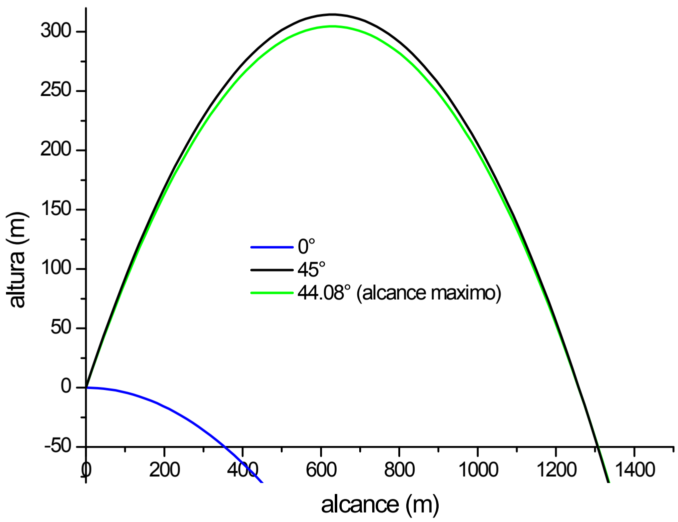
$$x = \frac{v^2 \sin 2\theta}{2g} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{2gy}{v^2 \sin^2\theta}} \right)$$

*valor extremo*

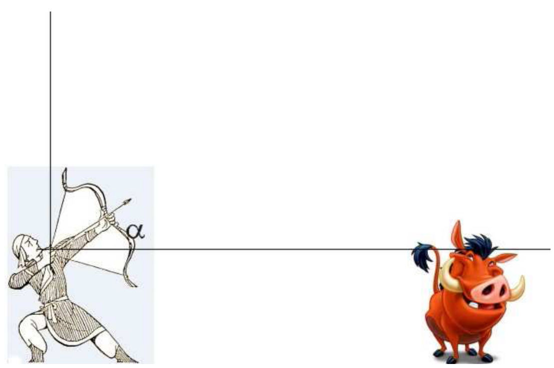
$$\theta = 44.08^\circ$$

*alcance máximo*

$$x = 1307.5\ m$$




**Example 8** *Un cazador evita ser embestido por un jabalí acertando un tiro de flecha. El jabalí corre a velocidad de 45 $km/h$ y está a 80 $m$ del cazador. Si el ángulo de disparo es de 35° ¿Cuál debe ser la velocidad con que sale la flecha? ¿A que distancia del cazador es flechado el jabalí?*




*tiempo de vuelo*

$$t = \frac{-2v_0}{-g} = \frac{2v\sin\theta}{g}$$

*posición del jabalí*

$$\begin{aligned} x &= x_0 - \omega t \\ &= x_0 - \frac{2\omega v\sin\theta}{g} \end{aligned}$$

*donde $x_0$ y $\omega$ son posición inicial y velocidad del jabalí. Por otra parte, el alcance*

$$\begin{aligned} x &= ut \\ &= (v\cos\theta)t = \frac{v^2\sin 2\theta}{g} \end{aligned}$$

*igualando*

$$x_0 - \frac{2\omega v\sin\theta}{g} = \frac{v^2\sin 2\theta}{g}$$

*resolviendo la cuadrática*

$$v = 22.260\ m/s = 80.136\ km/h$$

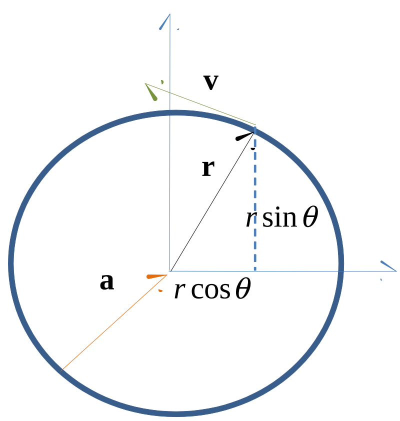
*tiempo de vuelo*

$$t = 2.603\ seg$$

*alcance*

$$x = 47.464\ m$$

## 3.4 Movimiento circular uniforme




Una masa puntual describe una trayectoria circular uniforme. El vector de posición

$$\mathbf{r} = r\cos\theta\widehat{\mathbf{i}} + r\sin\theta\widehat{\mathbf{j}}$$

velocidad tangencial

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \frac{d\mathbf{r}}{dt} = -r\sin\theta\frac{d\theta}{dt}\widehat{\mathbf{i}} + r\cos\theta\frac{d\theta}{dt}\widehat{\mathbf{j}} \\ &= \omega r(-\sin\theta\widehat{\mathbf{i}} + \cos\theta\widehat{\mathbf{j}}) \end{aligned}$$

donde $\omega = d\theta/dt$ es la velocidad angular. Magnitud

$$v = \omega r$$

aceleración centrípeta

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\omega^2 r(\cos\theta\widehat{\mathbf{i}} + \sin\theta\widehat{\mathbf{j}})$$

magnitud

$$a = \omega^2 r$$

o bien

$$a = \frac{v^2}{r} \qquad \text{(aceleracion centripeta)}$$

período

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

frecuencia

$$f = \frac{1}{T}$$

**Example 9** *Un automovil que viaja a* 120 *km/h rueda con neumáticos de* 24 *pulgadas de diámetro exterior y* 16 *pulgadas de ring.*

*a) ¿Cuál es la velocidad angular de la llanta en revoluciones por minuto (rpm)?*

$R = 0.304\,8\ m$
$r = 0.203\,2\ m$
$v = 33.\,333\ m/s$

$$\begin{aligned}\omega &= \frac{v}{R} \\ &= \frac{33.\,333\ m/s}{0.304\,8\ m} = 109.\,36\ rad/seg \\ &= 109.\,36\ \frac{rad}{seg}(\frac{1\ rev}{2\pi\ rad})(\frac{60\ seg}{1\ \min}) = 1044.\,3\ rpm\end{aligned}$$

*b) velocidad tangencial de una plomada sobre el ring*

$$\begin{aligned}v &= \omega r \\ &= (109.\,36\ rad/seg)(0.203\,2\ m) = 22.\,222\ m/s\end{aligned}$$

*c) ¿Cuál es el período y la frecuencia?*

$$\begin{aligned}T &= \frac{2\pi}{\omega} \\ &= \frac{2\pi}{109.\,36\ rad/seg} = 5.\,745\,4 \times 10^{-2}\ seg\end{aligned}$$

*frecuencia*

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{T} \\ &= 17.405\ hz \end{aligned}$$

*d) aceleración centrípeta de la plomada*

$$\begin{aligned} a &= \frac{v^2}{r} \\ &= \frac{(22.222\ m/s)^2}{0.2032\ m} = 2430.2\ m/s^2 \end{aligned}$$

*e) Describa la trayectoria de la plomada si ésta se desprende justo en $\theta = 180\,°$ respecto a la horizontal.*

*Respecto a un observador en reposo sobre la carretera el movimiento de la plomada es un tiro parabólico*

$y_0 = 12\ in$

$$\begin{aligned} u &= 33.333\ m/s \\ v &= 22.222\ m/s \end{aligned}$$

*es decir*

$$\mathbf{v} = [40.061\ m/s,\ 56.31\,°]$$

## 3.5 Leyes de Newton

**Primera ley (inercia)**

Todo cuerpo en reposo (o movimiento rectilineo y uniforme) permanecerá en ese estado a menos que haya una fuerza externa que cambie su condición de movimiento.

**Segunda ley**

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

**Tercera ley (acción-reacción)**

Un cuerpo que aplica una fuerza a otro, acciona sobre él una fuerza de igual magnitud pero dirección contraria

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$$

**Example 10** *Un cuerpo de 20 kg se suspende como se muestra. Calcule la tensión sobre las cuerdas.*

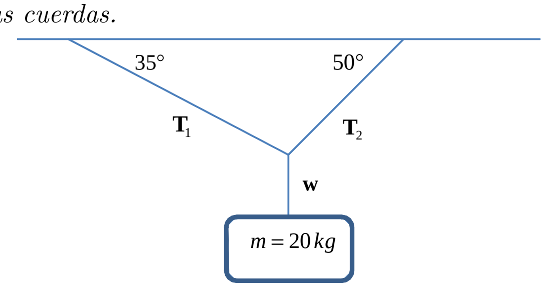
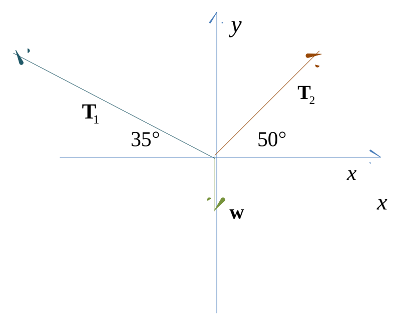


*diagrama de cuerpo libre*




*descomposición cartesiana*

$$\begin{aligned}
\mathbf{T}_1 &= -T_1 \cos 35\,^{\circ}\widehat{\mathbf{i}} + T_1 \sin 35\,^{\circ}\widehat{\mathbf{j}} \\
\mathbf{T}_2 &= T_2 \cos 50\,^{\circ}\widehat{\mathbf{i}} + T_2 \sin 50\,^{\circ}\widehat{\mathbf{j}} \\
\mathbf{w} &= -mg\widehat{\mathbf{j}}
\end{aligned}$$

*de la primera ley de Newton*

$$\mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2 + \mathbf{w} = 0$$

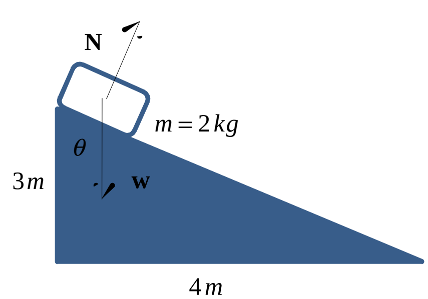
*por lo que*

$$\begin{aligned}
-T_1 \cos 35\,^{\circ} + T_2 \cos 50\,^{\circ} &= 0 \\
T_1 \sin 35\,^{\circ} + T_2 \sin 50\,^{\circ} - mg &= 0
\end{aligned}$$

*resolviendo*

$$\begin{aligned}
T_1 &= 126.60\ N \\
T_2 &= 161.33\ N
\end{aligned}$$

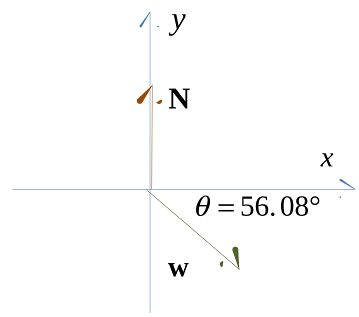
**Example 11** *Se desliza sin fricción y desde el reposo un bloque de* 2 *kg sobre una rampa de* 4 *m de base y* 3 *m de alto. Determine el tiempo en que tarda en recorrer la trampa completa.*



*rampa*

$$
\begin{aligned}
x &= \sqrt{(4\ m)^2 + (3\ m)^2} = 5\ m \\
\theta &= \tan^{-1}\frac{4}{3} = 56.08^\circ
\end{aligned}
$$

*diagrama de cuerpo libre*




*descomposición de fuerzas*

$$
\begin{aligned}
\mathbf{N} &= 0\widehat{\mathbf{i}} + N\widehat{\mathbf{j}} \\
\mathbf{w} &= mg\cos\theta\widehat{\mathbf{i}} - mg\sin\theta\widehat{\mathbf{j}}
\end{aligned}
$$

*de la primera ley*

$$N - mg\sin\theta = 0$$

*normal*

$$N = mg\sin\theta = 16.281\ Newtons$$

*de la segunda ley*

$$0 + mg\cos\theta = ma$$

*aceleración*

$$a = g\cos\theta = 5.474\,3\ m/s^2$$

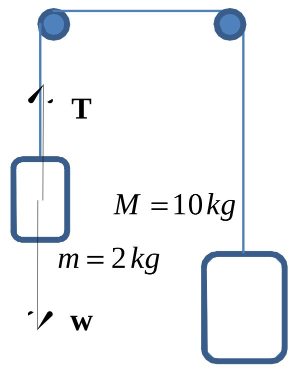
*Por último, como* $x_0 = 0,\ v_0 = 0$

$$x = \frac{1}{2}at^2$$

*tiempo*

$$t = \sqrt{\frac{2x}{a}} = 1.35\ seg$$

**Example 12** *Del siguiente sistema de poleas calcule la tensión del cable y la aceleración de los pesos.*




*masa m*

$$T - mg = ma$$

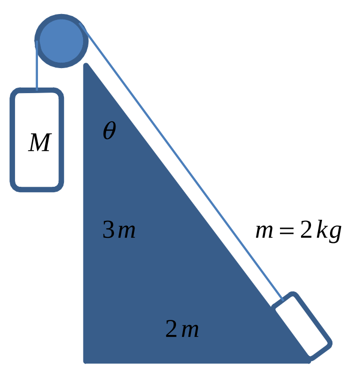
*masa M*

$$T - Mg = -Ma$$

*resolviendo*

$$a = \left(\frac{M-m}{M+m}\right) g = 6.54\ m/s^2$$
$$T = \left(\frac{2mM}{M+m}\right) g = 32.7\ N$$

**Example 13** *Considere el siguiente sistema rampa-polea sin fricción. Calcule la masa requerida para que la caja de 2 kg suba la rampa completa desde la base en 2 seg.*




*rampa*

$$\theta = \tan^{-1}\frac{2}{3} = 33.69\,^\circ$$
$$x = \sqrt{(3\ m)^2 + (2\ m)^2} = 3.6\ m$$

*masa m*

$$\begin{aligned} N - mg\sin\theta &= 0 \\ T - mg\cos\theta &= ma \end{aligned}$$

*masa M*

$$T - Mg = -Ma$$

*resolviendo para M*

$$M = \frac{mg\cos\theta + ma}{g - a}$$

*pero* $a = 2x/t^2$

$$M = \frac{mg\cos\theta + 2mx/t^2}{g - 2x/t^2} = 2.48\ kg$$

### 3.6 Fricción

La fuerza de fricción estática se define

$$f_s \leq \mu_s N$$

**Example 14** *Un bloque de* 3 *kg está sobre una rampa como se muestra. Gradualmente se aumenta la inclinación hasta que la fricción estática es superada y comienza a moverse en* $\theta = 25\,^\circ$. *Calcular el coeficiente de fricción estática.*

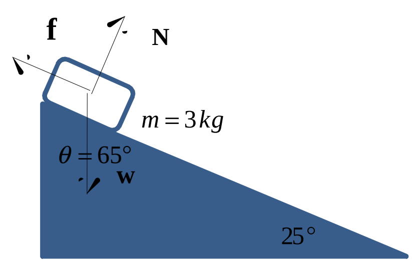
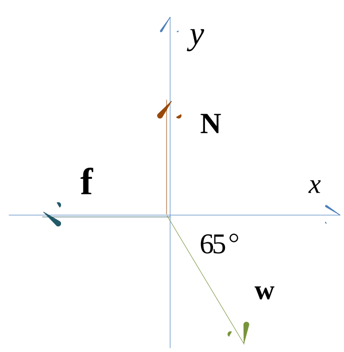



*diagrama de cuerpo libre*



*ecuaciones de movimiento*

$$
\begin{aligned}
N - mg\sin\theta &= 0 \\
mg\cos\theta - f &= 0
\end{aligned}
$$

*donde* $f = \mu N$ *es la máxima fuerza de fricción estática. Resolviendo*

$$
\begin{aligned}
N &= 26.67\ Newtons \\
\mu &= 0.466
\end{aligned}
$$

La fuerza de fricción cinética se define

$$f_k = \mu_k N$$

comparando

$$\mu_s > \mu_k$$

**Example 15** *Con velocidad inicial de* 10 $m/s$ *un esquiador de* $m = 70$ $kg$ *se desliza colina abajo. Si el coeficiente de fricción cinética entre los esquíes y el hielo es* $\mu = 0.04$, *¿Cuánto tardará el esquiador en descender una cuesta de* 800 $m$ *con pendiente de* $32°$*?*

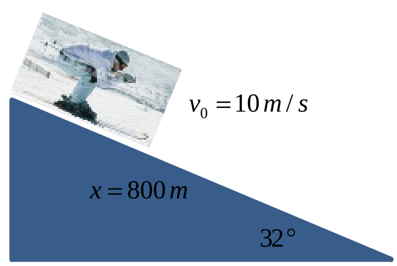
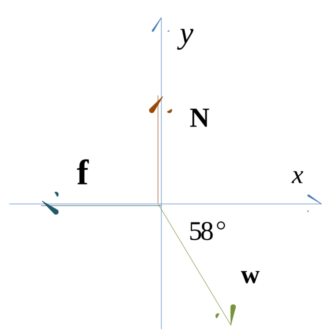



*diagrama de cuerpo libre*




*ecuaciones de movimiento*

$$
\begin{aligned}
mg\cos 58° - f &= ma \\
N - mg\sin 58° &= 0
\end{aligned}
$$

*donde* $f = \mu N$ *es la fuerza de fricción cinética. Resolviendo*

$$\begin{aligned} N &= 582.35 \ Newtons \\ a &= 4.86 \ m/s^2 \end{aligned}$$

*luego*

$$\begin{aligned} x &= v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ 800 &= 10t + \frac{1}{2} 4.86 t^2 \end{aligned}$$

*resolviendo*

$$t = 16.20 \ seg$$

## 3.7 Teorema trabajo-energía

Para sistemas conservativos (no fuerzas de fricción) la constante de movimiento es la energía

$$E = K + U \qquad \text{(energia)}$$

donde

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \qquad \text{(energia cinetica)}$$

y

$$U = \int \mathbf{F} \cdot \mathbf{ds} \qquad \text{(energia potencial)}$$

para el campo gravitacional

$$U = \int_0^h mgdy = mgh \qquad \text{(e. potencial gravitacional)}$$

para un resorte (ley de Hooke)

$$U = \int_0^x kxdx = \frac{1}{2} k x^2 \qquad \text{(e. potencial de resorte)}$$

**Example 16** *Una piedra de* $m = 0.5 \ kg$ *seja caer desde una altura de* $4 \ m$*. ¿Cuál es la velocidad al chocar contra el piso?*

*Energía*

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + mgh$$

*inicio*

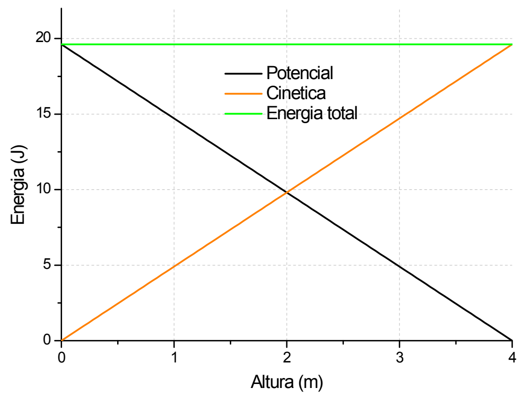
$$E = mgh = 19.62 \ J$$

*término*

$$E = \frac{1}{2} m v^2$$

*velocidad*

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2E}{m}} \\ &= 8.85\ m/s \end{aligned}$$




**Example 17** *Considere un oscilador armónico simple con masa $m = 0.2\ kg$ y con constante de resorte $k = 2\ N/m$. Si el resorte se estira 15 cm y luego se libera, encuentre la velocidad de la masa $x = 10\ cm$.*

*Energía*

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

*en $x = 0.15\ m$*

$$E = \frac{1}{2}kx^2 = 22.5 \times 10^{-3} J$$

*velocidad*

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2E - kx^2}{m}} \\ &= 0.353\ m/s \end{aligned}$$

*ecuación de movimiento*

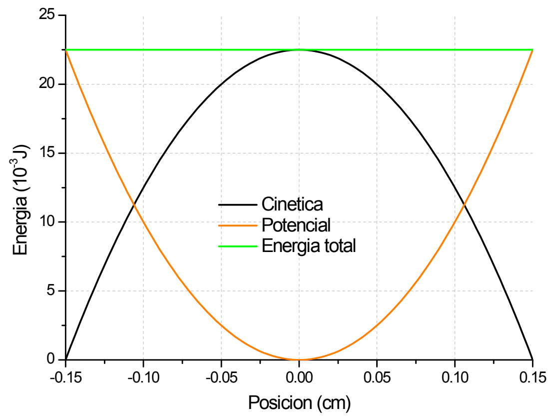
$$\int \frac{dx}{\sqrt{e^2 - \omega^2 x^2}} = \int dt$$

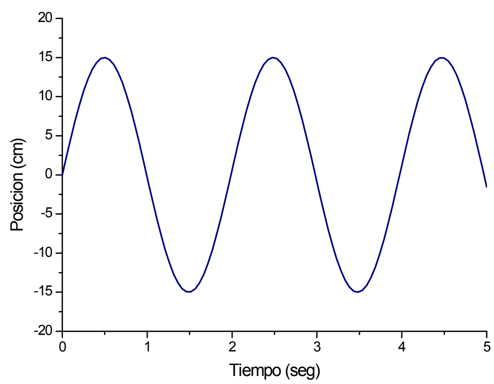
*donde $\omega^2 = k/m$ además $e^2 = 2E/m$. Integrando*

$$\frac{1}{\omega} \sin^{-1} \frac{\omega}{e} x = t$$

*o bien*

$$x = A \sin \omega t$$




*periodo*

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 1.98\ seg$$